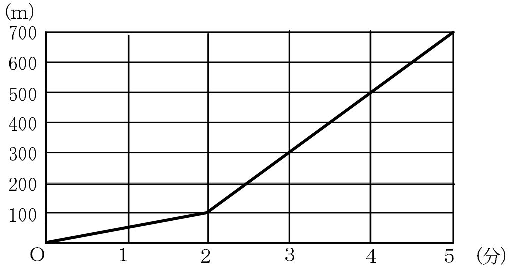
算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

山本先生

今日は、時間と距離の関係を表したグラフから速さを求める方法を考えましょう。

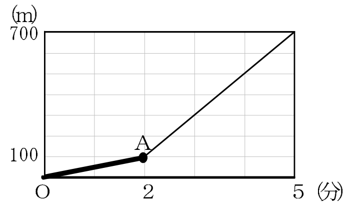
問題：家から 700m離れた公園まで行きました。下の図は、家を出発してからの時間と、進んだ距離の関係を表したグラフです。



(1) 上のグラフから、家を出発して２分後までは 100mを一定の速さで進んだことが分かります。家を出発してから２分間進んだ速さは毎分何mですか。

(2) 家を出発して２分後の地点から公園まで行ったときの速さは毎分何mですか。

山本先生　まず、家を出発してから２分後まで（グラフの太線の部分）の速さについて考えてみましょう。
右のグラフで家を出発してから２分後を表す座標をAとします。



けんさん

100m進んだから毎分 100mだよ。

でも、点Aは家から２分後の座標だよ。

あやさん

山本先生　そうだね。点Aは、家を出発して２分間で 100m進んだことを表しています。では、もう一度速さを求めてみましょう。

けんさん

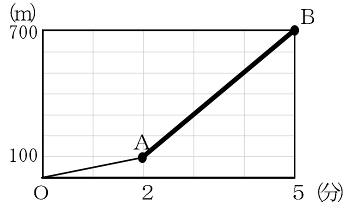
100×２で毎分 200mかな。

ちょっと待って。
速さは１分あたりに何m進むかということだから、
（速さ）＝（距離）÷（時間）
で求められるわ。

あやさん

けんさん　そうか。２分間で 100m進んでいるから、100÷２＝50 となって、**速さは毎分 50mだ。**

山本先生　そうですね。
次は、家を出発して２分後の地点から公園まで行ったとき（グラフの太線の部分）の速さを考えてみましょう。
右のグラフで家を出発してから５分後を表す座標をBとします。



けんさん

点Bは５分後に 700m進んだことを表しているから、
700÷５=140 で速さは毎分 140mです。

そうかな？グラフの太線の部分は点Oから始まっていないわよ。

あやさん

けんさん　あっ、そうか。太線の部分は点Aから始まっているね。

あやさん　点Aは２分後に 100mの地点にいることを表していたわ。

けんさん　だから、２分後の地点から公園まで行ったときにかかった時間は、５－２＝３で３分と分かるよ。

あやさん　２分後の地点から公園までの距離は、700－100＝600 で 600mと分かるわ。

山本先生　ではもう一度正しい速さを求めてみましょう。

けんさん　600÷３＝200 だから、**速さは毎分 200m**です。

山本先生　そうですね。速さを求めるのに必要な時間と距離を、グラフからよみとることができるようにすることが大切です。
時間と距離の関係以外にも、地表からの高さと気温との関係や、自分の住んでいる町の電気料金や水道料金のしくみなど、グラフで表される身近な事象はたくさんあります。調べてみましょう。

【出題】本問は、平成 19 年度全国学力・学習状況調査　数学A12 を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝(1) 数量・図形などについての知識・理解
　　　　　　　　　　　(2) 数学的な表現・処理
・平　均　正　答　率＝(1) 全　国（公立）　74.9%
　　　　　　　　　　　　　奈良県（公立）　76.6%
　　　　　　　　　　　(2) 全　国（公立）　61.0%
　　　　　　　　　　　　　奈良県（公立）　61.8%

主な誤答例　(1)　毎分 100mと解答している。
　　　　　　　　毎分 200mと解答している。
　　　　　(2)　毎分 100mと解答している。
　　　　　　　　毎分 140mと解答している。

算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

屋鋪先生

今日は、２つのともなって変わる数量の関係について学習しましょう。

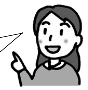
　水が５ℓ入っている水そうに、毎分３ℓの割合で、いっぱいになるまで水を入れます。水を入れ始めてからｘ分後の水そうの水の量をｙℓとします。このとき、ｘとｙの関係について、下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　ｙはｘに比例する。
イ　ｙはｘに反比例する。
ウ　ｙはｘの一次関数である。
エ　ｘとｙの関係は、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

けんさん

時間がたつと、水そうの水の量はどんどん増えるから、**ア**だと思うよ。

それだけで、比例と言っていいかしら？



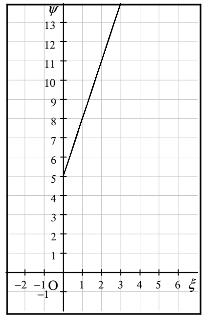
はるさん

けんさん　　毎分３ℓの割合で水を入れるから、変化の割合が一定なので比例だと思います。
屋鋪先生　　比例と判断するには、どんなことが分かればよかったかな？
けんさん　　比例とは、変化の割合が一定で、ｘ＝０のときｙ＝０でした。
はるさん　　じゃ、けんさん。問題をしっかり読んでみて。最初から水そうに水が５ℓ入っています。

あっ、そうか！最初から水そうに水が５ℓ入っているから、ｘ＝０のときは、ｙ＝０にならないので、比例ではないんだ。

屋鋪先生　　それじゃ、ｘとｙの関係を調べるには、どのような方法があるのかな。
はるさん　　ｘにいろいろな数を代入して調べてみます。表を作ればいいのではないでしょうか。
けんさん　　なるほどね。１分後は、５＋３×１＝８、８ℓ
　　　　２分後は、５＋３×２＝11、11ℓ
　　　　３分後は、５＋３×３＝14、14ℓ
となり、下の表になります。

時間　ｘ（分）	0	1	2	3	4	5	………
水の量　ｙ（ℓ）	5	8	１１	１４	１７	２０	………



けんさん　　表をみるとｘが１増えると、ｙはいつも３増えます。だから、１分ごとの変化の割合が一定です。
はるさん　　ちょっと分かりにくいので、グラフをかいてみると、右のようになります。
けんさん　　グラフは直線なので、ｙはｘの一次関数であるといえますが、この直線は原点を通らないので、比例ではありません。だから、答えは**ウ**です。
はるさん　　じゃ、私は式で表して確かめます。
　　（水そうの水の量）＝（増えた水の量）＋（最初の水そうの水の量）なのでｙ＝３ｘ＋５となって一次関数の式ｙ＝ａｘ＋ｂになっています。
屋鋪先生　　よくできました。整理すると、ｘとｙの関数関係において、
・変化の割合が３で一定である。
・グラフが直線である。
・式がｙ＝ａｘ＋ｂの形になっている。
という特徴から「ｙはｘの一次関数である」といえますね。

【出題】本問は、平成22年度全国学力・学習状況調査数学Ａ12を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数量、図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）48.9％
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）47.2％
主な誤答例　**ア**と解答している　　32.5％

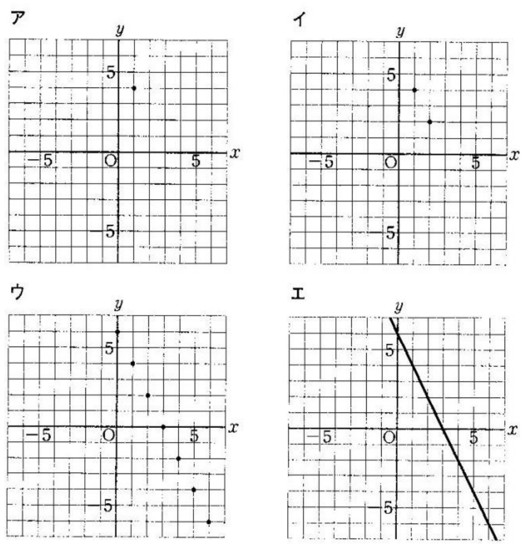
算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

今日は、次の問題を考えましょう。

山本先生

下のアからエまでの中に，二元一次方程式 $2x + y = 6$ の解を座標とする点の全体を表したものがあります。それを１つ選びなさい。



アの点は（１，４）だから、２ｘ＋ｙに、ｘ＝１、ｙ＝４を代入すると２×１＋４＝６になるから、答えは**ア**だと思います。

そうかな。他にもｘ、ｙの値の組がありそうよ。

やすさん　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　はるさん

はるさん　**イ**に（２，２）という点があります。２ｘ＋ｙにｘ＝２、ｙ＝２を代入すると、２×２＋２＝６になります。

やすさん　そうか。他にもたくさんありそうだね！

はるさん　そうね。表にまとめてみたらどうかしら？

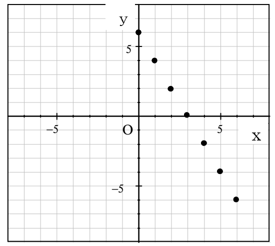
やすさん　ｘ＝０のとき、ｙ＝６です。同じようにｘ＝１のとき、………

x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	4	2	0	－2	－4	－6

となるね。

山本先生　上の表のｘ、ｙの値の組を座標とする点をとってみましょう。

やすさん　右のようになります。

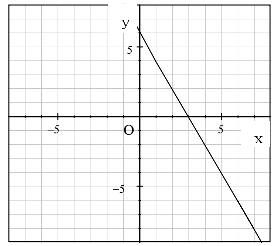


だから、答えは**ウ**です。

はるさん　ｘ、ｙの値は整数だけじゃなくって、例えば、ｘ＝１．５、ｙ＝３も解になるわね。

やすさん　ｘ＝２．５、ｙ＝１も解になります。

はるさん　ｘ、ｙの値の組を座標とする点を、どんどん多くとっていくと、これらの点の集まりは、右の図のような直線になりそうね。



あっそうか！２ｘ＋ｙ＝６の解は無数にあって、その点の集まりは、直線になるんだ。

やすさん　答えは、**エ**です。直線上にあるすべての点が２ｘ－ｙ＝３の解となって、ｘ、ｙの値の組は無数にあります。

山本先生　よく考えました。二元一次方程式２ｘ＋ｙ＝６の解を座標とする点の集まりは直線として表されますね。また、二元一次方程式２ｘ＋ｙ＝６をｙについて解くと、ｙ＝－２ｘ＋６となるので一次関数となっており、そのグラフは、傾き－２、ｙ軸上の切片が６の直線であることが分かりますね。

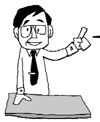
【出題】本問は、平成21年度全国学力・学習状況調査数学Ａ12を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数量、図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）35.9％
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）40.8％

主な誤答例　**ウ**と解答している　　41.9％

算数・数学パワーアップ講座

中学校第２年生



今日は、グラフからいろいろな情報をよみとりましょう。

山本先生

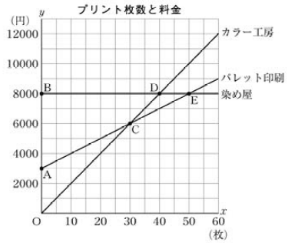
康平さんの所属するテニス部ではオリジナルＴシャツを作ることにしました。そこで、無地のＴシャツを持ち寄って、店にプリントを頼もうとしています。右の表は３つの店の料金をまとめたものです。

Ｔシャツのプリント料金

店	料　金
カラー工房	Ｔシャツ１枚につき200円です。
パレット印刷	製版代が3000円で， Ｔシャツ１枚につき100円追加されます。
染め屋	Ｔシャツ60枚までは何枚でも8000円です。

製版代は，プリントするときの元になる版をつくるために必要な料金のことです。

康平さんはプリントする枚数によってどの店の料金が安くなるかを調べるために、Ｔシャツを x 枚プリントしたときの料金を y 円として店ごとの x と y の関係を、次のようにグラフに表しました。



康平さんの所属するテニス部でオリジナルＴシャツの希望枚数をきいたところ、全部で35枚でした。Ｔシャツ35枚のプリント料金が最も安い店は、それぞれの店の料金を計算しなくてもグラフから判断できます。その方法を説明しなさい。

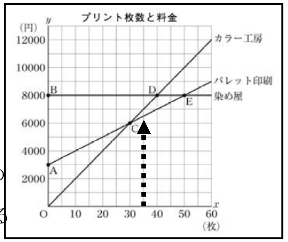
グラフの 35 枚のところを見ればわかるよ。

まささん

でも、グラフの 35 枚のところをどのように見るのかしら？

はるさん

山本先生　はるさんが疑問をもつように、まささんの説明では不十分です。グラフを使って判断する方法を説明してみましょう。



まささん　35のところで一番最初にある直線を見ればわかるよ。

はるさん　一番最初にある直線ってどういうこと？
そして何がわかるの？

まささん　一番最初にある直線とは、右の図のように x 軸の35のところから上方向にたどっていくと、一番最初に現れるグラフのことだよ。そのことから、最も安い店がパレット印刷だとわかるよ。

山本先生　それでは、グラフを使って判断する方法について、数学的な表現を使ってまとめましょう。この場合、方法を的確に説明するときには、何がどのように表されているかを明確にすることが大切です。

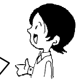
まささん　三つのグラフの中で、ｘの値が35のときのｙの値が最も小さいグラフで表された店を選びます。

はるさん　三つの直線の中で、ｘ座標が35のときの点が最も下にある直線で表された店を選びます。

山本先生　そうですね。二人ともよくできました。ところで、グラフ上の点Ａ～Ｅはどのようなことを表しているでしょうか。

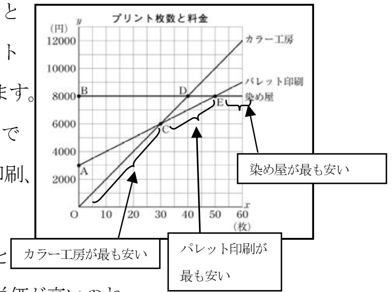
点Ａは、パレット印刷の製版代が 3000 円であることを表しているよ。

まささん



点Ｃは、カラー工房とパレット印刷のプリント料金が、どちらも30 枚のときに 6000 円になることを表しているよ。30 枚ならどちらの店に頼んでも同じ料金になるんだね。

はるさん



はるさん　点Ｄはカラー工房と染め屋のプリント料金が40枚のときに8000円、点Ｅはパレット印刷と染め屋のプリント料金が50枚のときに8000円になることを表しています。

まささん　ということは、プリント料金が最も安い店は29枚まではカラー工房、31枚から49枚まではパレット印刷、51枚以上では染め屋となるんだね。

はるさん　カラー工房とパレット印刷のグラフの傾きを比べるとカラー工房の方が傾きが大きいので、一枚あたりの単価が高いのね。

まささん　カラー工房は１枚あたり単価が200円で、パレット印刷は１枚あたりの単価が100円だね。

はるさん　染め屋はグラフがｘ軸に平行な直線なので、プリント料金が枚数によらず一定であることもわかります。

山本先生　今日は、Ｔシャツのプリント枚数と料金のグラフから、いろいろな情報をよみとりました。グラフは視覚的に比較することができます。日常的なことがらの考察にグラフを活用し、そのよさを実感しましょう。

【出題】本問は、平成22年度全国学力・学習状況調査　数学Ｂ３（２）を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数学的な見方や考え方
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）29.1％
奈良県（公立）28.0％

（正答の条件）
次の(a)、(b) または (a)、(c) について記述しているもの。
(a) グラフ上で x 座標が 35 である点に着目すること。
(b) 上記(a)に対応する y の値を比較すること。
(c) 上記(a)に対応する点の位置の上下を比較すること。

主な誤答例		
	・(a)、(b) または (a)、(c) について、記述が十分でないもの。	22.2％
	・(a)、(b)、(c) についての記述はないが、グラフに着目しているもの	8.3％
	・無解答	27.2％

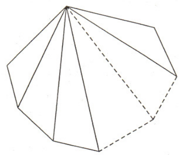
算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

山本先生

今日は、内角の和を求める公式の意味について学習しましょう。

下の図のように，n 角形は１つの頂点からひいた対角線によって，いくつかの三角形に分けられます。



このことから，n 角形の内角の和は $180°\times(n-2)$ で表すことができます。
この式の $(n-2)$ は，n 角形において何を表していますか。
下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　頂点の数
イ　辺の数
ウ　内角の数
エ　１つの頂点からひいた対角線の数
オ　１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数

ひろさん

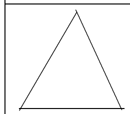
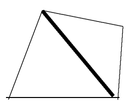
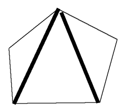
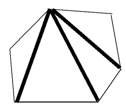
n 角形の内角の和を求める式だから、$(n-2)$ は内角の数を表してるよ。答はウだよ。

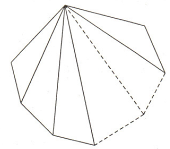
でも n 角形の内角は n 個じゃないの。

ゆきさん

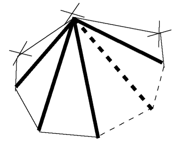
ひろさん：n 角形なのに、内角の和を求める式に、なぜ $(n-2)$ があるのかな？
ゆきさん：問題にある**ア**から**オ**の数を三角形から順に調べてみようよ。
山本先生：それはいいですね。表にまとめて整理すると分かりやすいですよ。

ひろさん：これでいいかな。

		三角形	四角形	五角形	六角形
					
ア	頂点の数	3	4	5	6
イ	辺の数	3	4	5	6
ウ	内角の数	3	4	5	6
エ	１つの頂点からひいた対角線の数	0	1	2	3
オ	１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数	1	2	3	4



ゆきさん　では、n 角形ならどうなるかな。
ひろさん　**ア**の頂点の数、**イ**の辺の数、**ウ**の内角の数はすべて n になるね。
　　　　　だから、**ア**、**イ**、**ウ**は答じゃないね。
ゆきさん　**エ**の１つの頂点からひいた対角線の数は、上の表から考えると頂点の数より３だけ少なくなってるよ。だから n 角形なら（n － 3）だね。これも答ではないね。
　　　　　オの１つの頂点からひいた対角線によって分けられた三角形の数は、（n － 2）になるよ。
山本先生　n 角形の１つの頂点からひいた対角線の数は表から考えることもできるし、次のように考えることもできます。



n 角形の１つの頂点から対角線をひくには、頂点は n 個ありますが、その頂点自身とその頂点の両隣の頂点にはひけません。
だから、n 個の頂点のうち、３個の頂点へは対角線はひけないので（n － 3）本の対角線が１つの頂点からひけることになります。
その対角線で分けられる三角形の数は（n － 3）＋１で（n － 2）個になります。

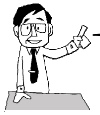
ひろさん　なるほど、そうか！ n 角形は１つの頂点からひいた対角線によって（n － 2）個の三角形に分けられるんだね。
　　　　　だから n 角形の内角の和を求める式 180゜×（n － 2）の「180゜は三角形の内角の和」のことで、三角形が（n － 2）個あるから、それらをかけると n 角形の内角の和が求められるんだね。
　　　　　答は**オ**だね。
山本先生　そうです。答は**オ**です。
　　　　　では、この n 角形の内角の和を求める式 180゜×（n － 2）を使って、十角形の内角の和を求めてみましょう。

ひろさん　十角形の内角の和は、
　　180°×（10－２）
　＝180°×８
　＝1440°　　　　答は1440°です。

【出題】本問は、平成20年度全国学力・学習状況調査　数学Ａ６（２）を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝図形
・評　価　の　観　点＝数量、図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）46.1%
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）44.8%
　　主な誤答例　**ア**と解答　14.0%
　　　　　　　　イと解答　 9.4%
　　　　　　　　ウと解答　18.8%
　　　　　　　　エと解答　10.0%

算数・数学パワーアップ講座

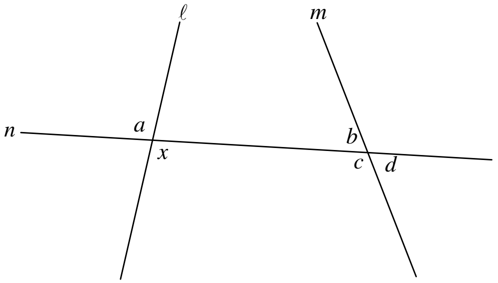
中学校第２学年



山本先生

今日は、同位角の意味について考えてみましょう。

次の図のように，２つの直線 ℓ，m に１つの直線 n が交わっています。このとき，$\angle x$ の同位角について，下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア　$\angle x$ の同位角は $\angle a$ である。　　**イ**　$\angle x$ の同位角は $\angle b$ である。

ウ　$\angle x$ の同位角は $\angle c$ である。　　**エ**　$\angle x$ の同位角は $\angle d$ である。

オ　$\angle x$ の同位角は $\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。

まさきくん

同位角とは，同じ位（くらい）の大きさの角を考えることになるから，アが答えになるはずだよ。

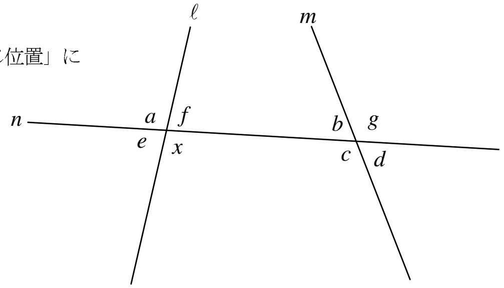
でも $\angle x$ と $\angle a$ は対頂角というのよ。

はるかさん

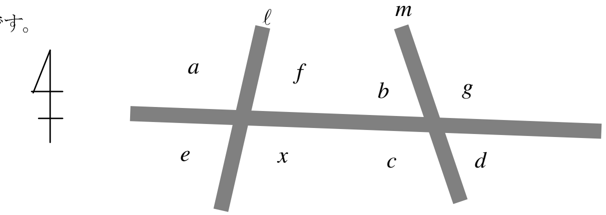
山本先生　同位角とは，２つの直線に１つの直線が交わってできる８つの角のうち，２つの角の位置関係を表す用語です。だから，同位角の「同位」を「同じ位置」というように読み取ることになります。

まさきくん　「同じ位置」？それでは，「同じ位置」にある２つの角をどのように考えるのですか?

はるかさん　問題の図で，残りの角にも記号（e，f，g）を付けましょう。



山本先生　ここで地図を思い浮かべてください。下の図のように直線 ℓ，m，n はまっすぐに伸びた道路だとします。そうすると，道路 ℓ と n，道路 m と n の交わったところは交差点となります。a，e，x，f は道路 ℓ と n によって区切られた土地で，b，c，d，g は道路 m と n によって区切られた土地とします。このとき，交差点を基準にして「東，西，南，北」の４方向を用いて，土地のおおまかな位置を表すことができます。例えば，下の図を上が北となる地図とすると，a であれば「北西」の土地，c であれば「南西」の土地と言えます。このような見方が同位角でいう「同じ位置」を読み取る際にも用いられるのです。



まさきくん

x は「南東」の土地になるよ。

もう一方の交差点では，「南東」の土地は d になるよ。

あっそうか！！$\angle x$ の同位角は $\angle d$ になるんだね。

はるかさん

山本先生　そう、この問題の答えは**エ**ですね。他の角の同位角もわかりますか?

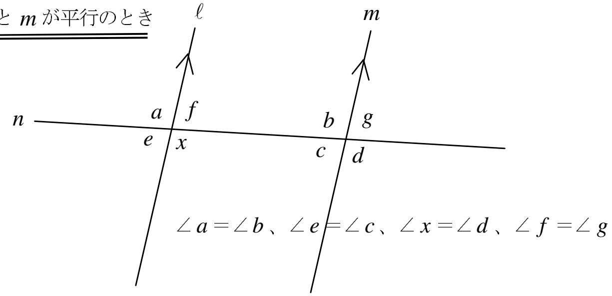
まさきくん　はい、$\angle a$ と $\angle b$（「北西」の土地）、$\angle e$ と $\angle c$（「南西」の土地）、$\angle f$ と $\angle g$（「北東」の土地）が同位角です。

はるかさん　同位角は全部で４組あるのね。

まさきさん　同位角はいつでも大きさが等しい角と思ったのですが、ちがうのですね。

山本先生　同位角は２つの角の位置関係を一般的に表すものであり、いつでも角の大きさが等しいわけではありません。問題の図では、同位角はどの組も大きさが等しくありません。角の大きさが等しくないから同位角ではないのではなく、同位角が等しくなる場合もあります。下の図のように、直線 ℓ と m が平行であるときに限って、同位角は等しくなります。

ℓ と m が平行のとき



$\angle a = \angle b$、$\angle e = \angle c$、$\angle x = \angle d$、$\angle f = \angle g$

【出題】本問は、平成 21 年度全国学力・学習状況調査　数学Ａ６（１）を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝図形

・評　価　の　観　点＝数量，図形などについての知識・理解

・平　均　正　答　率＝全　国（公立）42.4%　　奈良県（公立）41.2%

主な誤答例　・**ア** と解答している　22.9%　・**オ** と解答している　22.8%

・**ウ** と解答している　8.2%

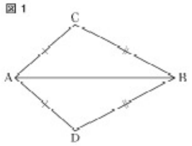
算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

山本先生　今日は、証明の意義について学習しましょう。

8　ある学級で，図１について，「AC = AD，BC = BDならば∠ACB = ∠ADBである」ことを，下のように証明しました。

図１

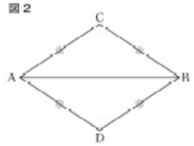


証明

△ABCと△ABDにおいて，
仮定から，　AC = AD　……①
　　　　　　BC = BD　……②
共通な辺だから，　AB = AB　……③
①，②，③より，３辺がそれぞれ等しいから，
△ABC ≡ △ABD
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠ACB = ∠ADB

この証明のあと，図２のようにAC，AD，BC，BDの長さがすべて等しい場合についても，同じように∠ACB = ∠ADBとなるかどうかを考えてみたところ，下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　図２の場合も，∠ACB = ∠ADBであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　図２の場合は，∠ACB = ∠ADBであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　図２の場合は，∠ACB = ∠ADBであることを，それぞれの角度を測って確認しなければならない。

エ　図２の場合は，∠ACB = ∠ADBではない。

図２は二等辺三角形なので、
もう一度証明しなければならないよ。

けんさん

三角形の形は違うけど、どちらの証明も
同じにならないのかな？

あやさん

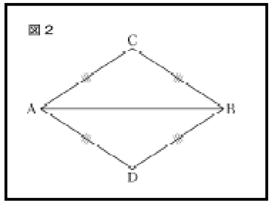
あやさん　図２の証明をしてみるよ。

△　ＡＢＣと△ＡＢＤにおいて，
仮定から、　ＡＣ＝ＡＤ　……①
　　　　　　ＢＣ＝ＢＤ　……②
共通な辺だから、　ＡＢ＝ＡＢ　……③

①，②，③より、３辺がそれぞれ等しいから、

△ＡＢＣ≡△ＡＢＤ
合同な図形の対応する角は等しいから、
∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ

図２



けんさん　あれっ！さっきの図１の証明とまったく同じだ！

あやさん　どうして同じ証明でいいのかしら。

山本先生　∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢがいえるのは、△ＡＢＣと△ＡＢＤが合同であり、「合同な図形の対応する角は等しい」からですね。
では，△ＡＢＣと△ＡＢＤが合同というのは何が根拠になっているかな？

けんさん　三角形の合同条件の「３辺がそれぞれ等しい」が根拠になっています。

あやさん　あっそうか！**証明**の①，②，③の条件が成り立てば三角形の形がちがってもこの証明と同じになるということだね。

けんさん　図１の三角形が図２の二等辺三角形に変わったので証明に使われる条件も変わると思ったけど、条件は同じなんだね。

あやさん　図３、図４、図５の場合でも同じ**証明**で∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢが成り立つということね。

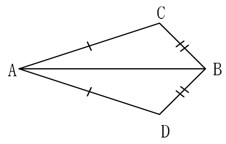


図３

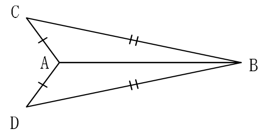


図４

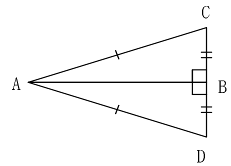


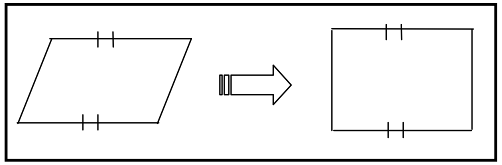
図５

けんさん　図１の仮定（ＡＣ＝ＡＤ、ＢＣ＝ＢＤ）を満たすように三角形の形を変えたり、新たな条件を加えたりしても同じ結論が成り立つのね。

あやさん　この問題では、**ア**の意見が正しいということね。

山本先生　そうですね。仮定を満たすように新たな条件を付け加えた図形では、もとの図形で成り立っていた性質はそのまま成り立つので、それを改めて証明する必要はありません。

例えば平行四辺形の向かい合う辺が等しいことが証明できていれば、平行四辺形の特別な形である長方形についても向かい合う辺が等しいことは改めて証明する必要はありません。



【出題】本問は、平成 22 年度全国学力・学習状況調査問題　数学Ａ８を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝図形
・評　価　の　観　点＝数量や図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全国(公立)48.7%　奈良県(公立)48.6%
　主な誤答例　**イ**と解答しているもの　37.2%

算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年

山本先生

今日は、確率の意味について考えてみましょう。

１の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ であるさいころがあります。このさいころを投げるとき、どのようなことがいえますか。下の**ア**から**オ**の中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　５回投げて、１の目が１回も出なかったとすれば、次に投げると必ず１の目が出る。
イ　６回投げるとき、そのうち１回は必ず１の目が出る。
ウ　６回投げるとき、１から６までの目が必ず１回ずつ出る。
エ　30 回投げるとき、そのうち１の目は必ず５回出る。
オ　3000 回投げるとき、１の目はおよそ 500 回出る。

まさきくん

６回投げると、１の目が必ず１回出るはずだよ。

はるかさん

本当に６回投げるとき、必ず１回は１の目がでるのかな。

山 本 先 生　あることがらの起こりやすさの度合いを表す数を、そのことがらの起こる確率といいます。確率の求め方はこうだったね。

$$\text{Aのことがらの起こる確率} = \frac{\text{Aのことがらの起こる場合の数}}{\text{起こり得るすべての場合の数}}$$

それでは、さいころを投げるとき１の目が出る確率を考えてみましょう。

はるかさん　さいころを投げるとき、１から６の目のどれかが出るから、起こり得るすべての場合は６通り（分母の数）ね。そして、１の目が出る場合は１通り（分子の数）なので、１の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ だね。

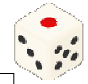
まさきくん　１の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ だから、さいころを６回投げるとそのうち１回は必ず１の目が出るはずだよ。だから答えは**イ**だ！

はるかさん　本当に６回投げると、そのうち１回は必ず１の目が出るのかしら。１の目が１回も出なかったりすることはないのかな。

まさきくん　きっと、さいころを６回投げると、１だけでなく２から６の目も必ず１回ずつ出るよ！すると、答えは**ア**か**ウ**かな？

はるかさん　うーん、何かおかしくないかしら？

山 本 先 生　ここに、さいころがあるから実験してみましょう。



	１回目	２回目	３回目	４回目	５回目	６回目
出た目の数	2	3	6	5	1	4

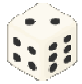
まさきくん

ほら、僕の考えた通りだよ。

はるかさん

偶然じゃないかな？

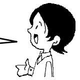
山 本 先 生　もう一度実験してみましょう。



	１回目	２回目	３回目	４回目	５回目	６回目
出た目の数	3	6	3	2	5	4

まさきくん

あれ、どうしたのかな？



はるかさん

１の目が１回も出なかったよ。

山 本 先 生　あることがらの確率とは、そのことがらの起こりやすさの度合いを数で表したものです。この実験では、さいころを投げる回数が少ないですが、実験の回数を増やすと、１の目の出る割合は $\frac{1}{6}$ になると考えられます。

まさきくん　**オ**で 3000 回投げるときは、１の目は何回出ると考えられるのかな。

はるかさん　１の目が出る確率が $\frac{1}{6}$ だから、さいころを 3000 回投げるとき $\frac{1}{6}=\frac{500}{3000}$ となって、**およそ** 500 回は１の目が出るということね。

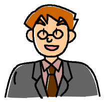
まさきくん　**エ**の「必ず５回出る。」もおかしいから、答えは**オ**だ！　さいころを６回投げるとき、１の目が出るときもあるし、出ないときもあって、必ず１回は１の目が出るわけではないんだ。

はるかさん　さいころを多数回投げたとき、１の目の出やすさの度合いが $\frac{1}{6}$ となるんだね。

【出題】本問は、平成 19 年度全国学力・学習状況調査　数学A14（1）を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数量・図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）49.2%
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）55.5%
　主な誤答例　**イ**と解答している　27.1%
　　　　　　　ウと解答している　10.1%

算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年



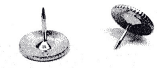
山本先生

今回は「画びょうが上向きになる程度」を考えましょう。

次の問いに答えなさい。

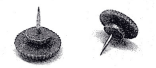
　次のようなＡとＢの画びょうがあります。この２種類の画びょうを投げるとき、どちらが上向きになりやすいかを実験で調べました。

Ａの画びょう



上向き　下向き

Ｂの画びょう



上向き　下向き

　下の表は、Ａを1500回、Ｂを2000回投げた結果です。

	上向きの回数	下向きの回数	投げた回数
Ａ	831	669	1500
Ｂ	1073	927	2000

　どちらの画びょうが上向きになりやすいかを調べるには、この結果をどのように比べればよいですか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　上向きの回数を調べる。
イ　下向きの回数を調べる。
ウ　上向きの回数と下向きの回数の差を調べる。
エ　投げた回数に対する上向きの回数の割合を比べる。

ゆうさん

ＡよりもＢのほうが上向きの回数が多いよ。

Ｂは投げた回数もＡより多いわよ。

あやさん

ゆうさん　　Ｂのほうが上向きの回数が多いから、Ｂのほうが上向きになりやすいよ。だから、**ア**の「上向きの回数を調べる。」だよ。

あやさん　　ちょっと待って。Ｂは投げた回数も多いから、上向きの回数だけでは比べられないわよ。

ゆうさん　　そうだね。下向きの回数を調べても、ＡとＢの投げた回数がちがうから、上向きになりやすいかどうかは比べられないよ。だから**イ**もちがいます。

あやさん　　だったら上向きの回数と下向きの回数の差を調べるといいのかな。

ゆうさん　　計算してみようよ。

あやさん　　Ａは831－669を計算すると162で、Ｂは1073－927を計算すると146です。

ゆうさん　　わかったぞ！　Ａのほうが上向きの回数と下向きの回数の差が多いから、Ａのほうが上向きになりやすいんだ。だから答えは**ウ**です。

山本先生　　右の表で考えてみるとどうなるかな。

	上向きの回数	下向きの回数	投げた回数
Ｃ	900	500	1400
Ｄ	500	200	700

ゆうさん　　上向きと下向きの回数の差はＣのほうが多いから、Ｃのほうが上向きになりやすいです。

山本先生　　Ｄの投げた回数は700回ですね。あと700回投げると、投げた回数がＣと同じになりますが、その場合上向きの回数はどれくらいになりそうですか。

あやさん　　最初に投げた700回と同じ回数だけ投げるから、上向きの回数は500＋500で1000回くらいになりそうです。

ゆうさん　　Ｃの上向きの回数は900回だから、Ｄのほうが上向きの回数が多くなるよ。答えは**ウ**ではないんだ。

あやさん　　投げた回数と上向きの回数を比べているわね。

ゆうさん

あっ、そうか！　投げた回数のうち上向きの回数がどれだけあるのかを比べればいいんだ。

山本先生　　そうですね。投げた回数に対する上向きの回数の割合を比べることになります。上向きの回数の割合は、画びょうを投げた回数のうち、上向きの回数がどれだけあるかという**率**を考えればよいので

上向きの回数の割合（率）＝ 上向きの回数 ÷ 投げた回数

で求めることができます。

あやさん　　上向きの回数の割合は、Ａの画びょうでは831÷1500＝0.554で、Ｂの画びょうでは1073÷2000＝0.5365になります。

ゆうさん　　Ａのほうが割合が大きいので、Ａの画びょうのほうが上向きになりやすいです。

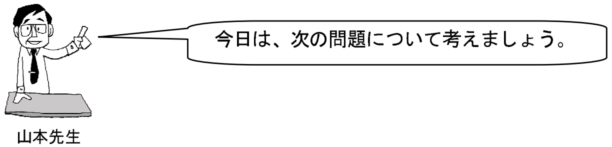
あやさん　　問いの答えは**エ**です。

山本先生　　そうですね。「画びょうが上向きになる」というようなことがらを事象といいます。事象が起こる程度を比べるには、その事象の起こる回数が全体の回数に占める割合（率）に着目することが大切です。

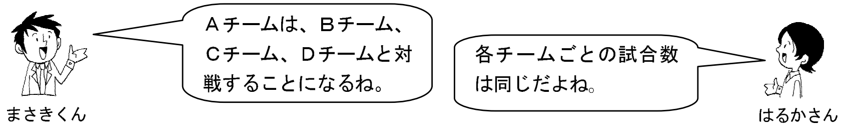
【出題】本問は、平成21年度全国学力・学習状況調査　数学Ａ13（１）を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数量、図形などについての知識・理解
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）73.2％
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）74.4％
　主な誤答例　**ウ**と解答している。　15.3％

算数・数学パワーアップ講座

中学校第２学年



Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄの４チームがバレーボールの試合をします。どのチームも他のすべてのチームと１回ずつ試合をします。このときの全部の試合数を求めなさい。



まさきくん　Ａチームは、Ｂチーム、Ｃチーム、Ｄチームと対戦するから、３試合行うことになるね。他のチームも同じように考えれば、３試合ずつ行うことになるよ。

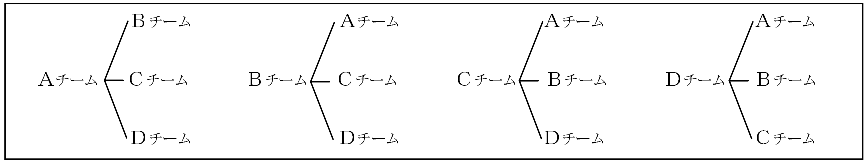
はるかさん　そうすると、全部の試合数は３(試合)×４(チーム)だから、12 試合になるわ。

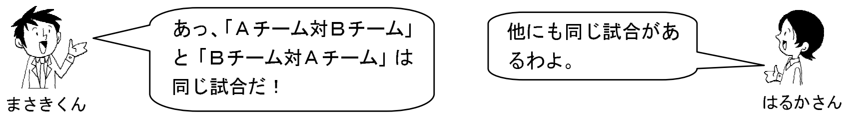
山 本 先 生　それでは、その 12 試合をすべてあげてみましょう。

まさきくん　Ａチーム対Ｂチーム、Ｂチーム対Ｃチーム、Ｃチーム対Ｄチーム、Ｂチーム対Ａチーム、それから、……。あー、わからなくなってきたよ。

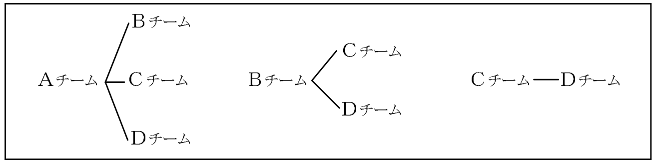
はるかさん　全部の試合をきちんとあげるために、何か良い方法はないかしら。

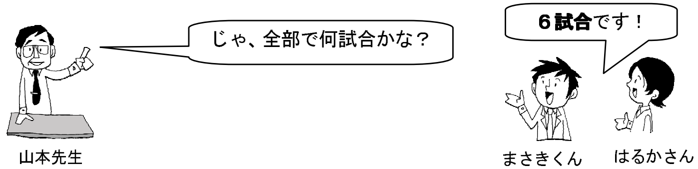
山 本 先 生　全部の試合をきちんとあげるためには、考えられる試合を順序良く整理しなければいけません。その際に使われる方法の１つに**樹形図**があります。ちょうど木の枝分れの様子に似ていることから、この名がついたようです。下の樹形図から、全部の試合数は 12 試合となるでしょうか？





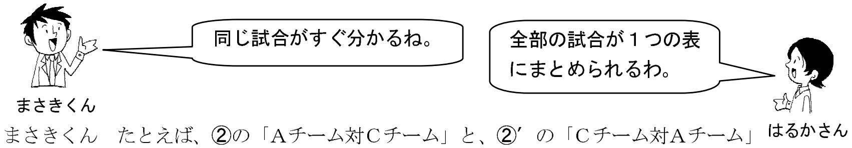
はるかさん　同じ試合の一方を省くと、下のような樹形図になるよ。





山 本 先 生　全部の試合を順序よく整理するもう１つの方法を説明します。それは次のような**表**を使います。たとえば、①のマスを「Ａチーム対Ｂチーム」とすると、①′のマスは「Ｂチーム対Ａチーム」となり、同じ試合です。

	Ａチーム	Ｂチーム	Ｃチーム	Ｄチーム
Ａチーム		①	②	③
Ｂチーム	①′		④	⑤
Ｃチーム	②′	④′		⑥
Ｄチーム	③′	⑤′	⑥′	



まさきくん　たとえば、②の「Ａチーム対Ｃチーム」と、②′の「Ｃチーム対Ａチーム」だね。

はるかさん　この表を見ると、全部の試合数は①～⑥の**６試合**と分かります。

山 本 先 生　その通りですね。樹形図や表を用いて場合の数を求めることは、例えば５人の生徒の中から係を２人選ぶ場合は何通りあるかを考えたり、大小２つのさいころを投げるときの出る目の数の和を考えたりする場合など、いろいろな場面で用いられます。

【出題】本問は、平成 19 年度全国学力・学習状況調査　数学Ａ14（２）を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝数量関係
・評　価　の　観　点＝数学的な表現・処理
・平　均　正　答　率＝全　国（公立）　67.6％
　　　　　　　　　　　奈良県（公立）　71.4％
　主な誤答例　12 と解答している　14.1％