



山本先生

今日は、方程式について考えてみましょう。
この問題では、どんな数量に着目すればよいでしょうか。

折り紙を何人かの生徒に配るのに、1人に3枚ずつ配ると20枚余ります。
また、1人に5枚ずつ配ると2枚たりません。
生徒の人数を求めるために、生徒の人数を x 人として、方程式をつくりなさい。ただし、つくった方程式を解く必要はありません。



だいさん

生徒の人数に着目すればいいよ。

折り紙の枚数や、1人に配る折り紙の枚数も着目する必要があるわね。



あやさん

だいさん
あやさん
だいさん
あやさん
問題で、生徒の人数を x 人としているね。
折り紙の枚数は、 x を使って表すことができるんじゃない。
1人に3枚ずつ x 人に配ると、何枚配るのかな。
次のように考えたらどうかね。

「1人に3枚配ると」 $3 \text{ (枚)} \times 1 \text{ (人)} = 3 \text{ (枚)}$
「1人に3枚ずつ2人に配ると」 $3 \text{ (枚)} \times 2 \text{ (人)} = 6 \text{ (枚)}$
「1人に3枚ずつ3人に配ると」 $3 \text{ (枚)} \times 3 \text{ (人)} = 9 \text{ (枚)}$
⋮
となるから
「1人に3枚ずつ x 人に配ると」 $3 \text{ (枚)} \times x \text{ (人)} = 3x \text{ (枚)}$
と表せる。

だいさん
あやさん
そうだね。でも、折り紙は20枚余っているよ。
折り紙の枚数は $3x$ (枚) と20枚を合わせればいいから、
全部で $3x + 20$ (枚) ……① です。

だいさん
わかったぞ。「1人に5枚ずつ配ると2枚たりない」ことも、同じようにすれば
「1人に5枚ずつ x 人に配ると」 $5 \text{ (枚)} \times x \text{ (人)} = 5x \text{ (枚)}$
と表せます。
でも、折り紙は2枚たりないから、折り紙の枚数は $5x$ (枚) から2枚ひくと、
全部で $5x - 2$ (枚) ……② です。

山本先生 うまく考えましたね。次のように、言葉の式や線分図で考えることもできます。

言葉の式	線分図
(3枚ずつ) (折り紙の枚数) $= 3 \times (\text{人数}) + 20$	
(5枚ずつ) (折り紙の枚数) $= 5 \times (\text{人数}) - 2$	
	3枚ずつでは、 $3x + 20$ (枚) 5枚ずつでは、 $5x - 2$ (枚)

だいさん
あやさん
問題では、「方程式をつくりなさい」と書いているよ。
①の $3x + 20$ (枚) と②の $5x - 2$ (枚) はどちらも折り紙の枚数を表しているわね。



だいさん

あっそうか。2通りに表された折り紙の枚数を、
等号を使って表せばいいんだ。

あやさん
山本先生
方程式は、 **$3x + 20 = 5x - 2$** となって、これが答えです。
よくできました。方程式をつくるための手順は、次のようになります。

- ① 問題の中の数量に着目する。
- ② 着目する数量を2通りの式に表す。
- ③ 2通りに表された数量を等号を使って表す。

山本先生のワンポイントアドバイス

方程式を利用して問題解決をするときに、その方程式がどのような数量に着目して作られているのかを振り返ることが大切です。
例えば、次のような問題を方程式を用いて解くには、ケーキ1個の値段を x 円として、支払ったお金、ケーキの代金、おつりに着目した方程式を作ることができます。

問題
ケーキ4個を買って、1000円支払ったら、おつりは280円でした。
ケーキ1個の値段は何円ですか。

$4x + 280 = 1000$ (支払ったお金に着目)
 $4x = 1000 - 280$ (ケーキの代金に着目)
 $1000 - 4x = 280$ (おつりに着目)

【出題】本問は、平成20年度全国学力・学習状況調査問題 数学A3(2)を参考にしました。
・学習指導要領の領域＝数と式
・評価の観点＝数学的な表現・処理
・平均正答率＝全国(公立) 59.6%
奈良県(公立) 63.5%
主な誤答例 $3x - 20 = 5x + 2$ 4.0%



山本先生

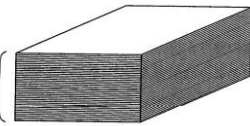
今日は、次の問題を考えましょう。

文化祭でパネルを作ることになり、ベニヤ板とくぎが必要になりました。次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 学校に保管してあった同じ種類のベニヤ板をたくさん用意しました。そのベニヤ板の枚数を、次のようにして求めました。

1枚の厚さが4 mmのベニヤ板を全部積み重ねて、厚さをはかったところ、約60 cmありました。 $60 \div 0.4 = 150$ したがって、ベニヤ板の枚数は約150枚です。

約60 cm



上のように、ベニヤ板1枚の厚さが分かっているとき、ベニヤ板の枚数を求めるために、次のような考えが使われています。

枚数を直接数えなくても、全体の を調べれば全部の枚数が求められるので、枚数を に置きかえて考える。

上の には、同じことばが当てはまります。そのことばを書きなさい。

(2) 同じ種類のくぎをたくさん用意しました。

容器に同じ種類のくぎがたくさん入っています。このとき、くぎの本数を求めようと思います。この容器からくぎを取り出して、くぎ全体の重さをはかったところ、約400 gでした。



くぎ全体の重さが分かっているとき、くぎの本数を求めるためには、何を調べて、どのような計算をすればよいですか。下の ア から ウ の中から調べるものを1つ選びなさい。また、それを使ってくぎの本数を求める方法を説明しなさい。

ア くぎ1本の長さ イ くぎ1本の重さ ウ くぎ1本の太さ

(3) 同じものがたくさんあるときには、その総数を工夫して求めることができます。(1)や(2)の場合で、総数を求める方法に共通する考えを、下の ア から オ の中から1つ選びなさい。

ア 総数を直接数える。
 イ 総数を厚さから求める。
 ウ 総数を重さから求める。
 エ 比例を利用する。
 オ 反比例を利用する。



ゆうさん

同じ厚さのベニヤ板や同じ種類のくぎはたくさんあるんだね？

1つ1つ数えなくても求める方法はあるかな？



あやさん

- ゆうさん まず、(1) だけど、ベニヤ板1枚で4 mm、10枚で4 cm、100枚で40 cm、……。60 cmだと何枚かということだね。
- あやさん 1枚の厚さに枚数をかければ、積み重ねた厚さになるわね。
- ゆうさん ベニヤ板が□枚あれば、 $0.4 \times \square = 60$ になるんだね。
- あやさん $60 \div 0.4 = 150$ で、150枚とわかりますね。4 mmのベニヤ板を全部重ねると60 cmだね。
- ゆうさん あっ、そうか。ベニヤ板1枚の厚さが分かっているとき、ベニヤ板の枚数が求められますね。だから に入ることばは「厚さ」ですね。
- 山本先生 正解です。「高さ」や「長さ」でもいいですね。
- ゆうさん それでは、(2)を考えましょう。
- ゆうさん 容器に入っているくぎの数を1本ずつ数えてられないよね！
- あやさん くぎ全体の重さをはかったところ、400 gだから、くぎ1本の重さを調べればいんじゃないでしょうか。
- ゆうさん そうか。だから答えは、 イ になります。重さで割ればいいんだ。
- あやさん じゃ、求める方法を説明すると、「くぎ1本の重さを調べて、くぎ全体の重さ400 gを、くぎ1本の重さで割る」ということだね。
- ゆうさん 例えば、くぎ1本の重さを5 gとすると、くぎ全体の重さ400 gを、くぎ1本の重さ5 gで割れば、くぎの本数を求めることができますね。つまり、 $400 \div 5 = 80$ 、80本ということになります。
- 山本先生 そうなりますね。全部のくぎの本数が調べられますね。
- ゆうさん それじゃ、(3)の解答は、 ウ になりますね。
- あやさん そうかしら、(1)の場合は厚さから、(2)の場合は重さから考えているので、 イ では共通していることにならないね。(1)はベニヤ板の枚数が2倍、3倍になれば重さも2倍、3倍となるね。(2)も、くぎの本数が2倍、3倍になれば重さも2倍、3倍となるね。つまり比例の関係じゃないかな。

そうだ！(1) 全体の厚さは枚数に比例、(2) 全体の重さは本数に比例しています。どちらも比例の関係が共通しているんだね。



ゆうさん

- ゆうさん それでは、(3)の解答は エ になりますね。
- 山本先生 よくできました。同じものがたくさんあるときには、全体の量と1つあたりの量から求めることができましたね。比例の関係はいろいろなところで活用できますね。

【出題】本文は、平成20年度全国学力・学習状況調査 数学B 3を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝数量関係

・評価の観点＝数学的な見方や考え方

・平均正答率＝(1)全国(公立)71.5%、奈良県(公立)72.4%

(2)全国(公立)50.9%、奈良県(公立)49.4%

(3)全国(公立)49.8%、奈良県(公立)51.3%

主な誤答例 (1)重さや面積、体積といった解答がしている 17.9%

(2)無解答が13.0%、割るものと割られるものの関係を明示していないもの 10.7%

(3) ウ と解答している 25.8%



今日は、グラフ上にある点の座標について考えましょう。

山本先生

比例 $y = -2x$ のグラフ上にある点の座標を、下の **ア** から **オ** までのの中から1つ選びなさい。

- ア** $(-2, 0)$
イ $(-2, 1)$
ウ $(-1, -2)$
エ $(0, -2)$
オ $(1, -2)$



けんさん

グラフ上にある点の座標は
x座標とy座標の組で表
されるね。



はるさん

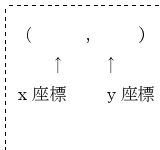
比例の式は、 $y = -2x$ です
ね。

けんさん 点の座標を表すとき、右のように () の中の左側に
x座標、右側にy座標を書きました。

はるさん そうでしたね。例えば、**ア** の $(-2, 0)$ は、x座標が
 -2 、y座標が0ということでした。

けんさん $y = -2x$ のグラフ上にあるということはどのように調べ
たらいいのでしょうか？

はるさん $y = -2x$ のグラフは点の集まりと考えられます。だから、点の座標を式に代入
したらどうでしょうか。



あつ、そうか！**ア**の点 $(-2, 0)$ は、 $x = -2$ 、
 $y = 0$ を表しているんだ。この値が比例 $y = -2x$ の
式を満たしているかを調べればいいんだ。



けんさん

けんさん **ア**の点が比例の式を満たすかどうかを確認するには $y = -2x$ の x に -2 、 y に
0 を代入すると、左辺は0、右辺は $-2 \times (-2) = 4$ となり、この問題の比例の
式を満たしていないから **ア** は違うね。

イの点が比例の式を満たすかどうかを確認するには $y = -2x$ の x に -2 、 y に

1 を代入すると、左辺は1、右辺は $-2 \times (-2) = 4$ となり、この問題の比例の式
を満たしていないから **イ** も違うね。

はるさん **ウ**の点が比例の式を満たすかどうかを確認するには $y = -2x$ の x に -1 、 y に
 -2 を代入すると、左辺は -2 、右辺は $-2 \times (-1) = 2$ となり、この問題の比
例の式を満たしていないから **ウ** も違うね。

エの点が比例の式を満たすかどうかを確認するには $y = -2x$ の x に0、 y に
 -2 を代入すると、左辺は -2 、右辺は $-2 \times 0 = 0$ となり、この問題の比例
の式を満たしていないから **エ** も違うね。

けんさん **オ**の点が比例の式を満たすかどうかを確認するには $y = -2x$ の x に1、 y に -2
を代入すると、左辺は -2 、右辺は $-2 \times 1 = -2$ となり、この問題の比例の式
を満たしているので、答えは **オ** です。

山本先生 よくできました。グラフ上にあるx座標とy座標の値の組が関数の式を満たして
いるかを調べればいいですね。ところで、グラフをかいて確かめてみよう。

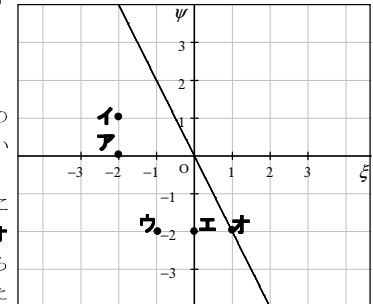
けんさん 比例 $y = -2x$ のグラフはどのようにかけばよかったかな？

はるさん 原点を通り、傾きが -2 の直線です
ね。

けんさん だから、原点から傾き -2 をとっ
て、……………。

はるさん そして、 $y = -2x$ をかいて、右の
ように **ア** から **オ** の点をとったらいい
ですね。

けんさん なるほど、 $y = -2x$ のグラフ上
にある点は、**オ** だけなので、答えは **オ**
です。先ほど、 $y = -2x$ に **ア** から
オ の点の座標を代入して考えました



が、 $y = -2x$ のグラフは原点を通り、傾きが -2 の直線ということを理解して
いたら、**ア** $(-2, 0)$ と **エ** $(0, -2)$ を通ることはないことがすぐに分かり
ましたね。

山本先生 たいへんよくがんばりました。**比例のグラフ上の点のx座標とy座標の値の組は、
その比例の式を満たしていることを理解することは大切ですね。**

【出題】本問は、平成22年度全国学力・学習状況調査数学A9（2）を参考にしました。

- ・学習指導要領の領域＝数量関係
- ・評価の観点＝数量、図形などについての知識・理解
- ・平均正答率＝全国（公立）40.4%

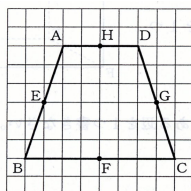
奈良県（公立）44.7%

主な誤答例 **イ**と解答している 19.0%



山本先生

次の方眼紙にかかれた四角形 $ABCD$ は線対称な図形です。四角形 $ABCD$ の対称軸を下のアからオの中から1つ選びなさい。



- ア 直線 AD
 イ 直線 BC
 ウ 直線 EG
 エ 直線 HF
 オ 直線 AC



けんさん

ウの直線 EG かな？ 辺の真ん中を通っているし。

直線 EG を折り目として四角形を折ったとき、両側の形がきちんと重ならないわよ。



ゆりさん

山本先生

1つの直線を折り目として折って、その両側の図形がきちんと重なるときに、もとの図形は線対称な図形といいます。実際に折ってみてもいいですが、頭の中で折って考えてみましょう。

けんさん

辺を折り目として折っても重なる部分がないので、アとイは違うな。

ゆりさん

オの直線 AC で折っても、両側の形が重ならないわ。残りはエね。

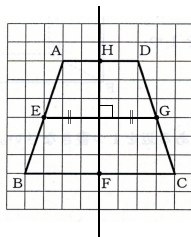
けんさん

直線 HF で折ると、両側の形がぴったり重なるから、答えはエです。

山本先生

そうですね。答えはエです。折り目のことを対称軸、重なり合う1組の点や辺、角を、それぞれ対応する点、対応する辺、対応する角と呼びます。例えば点 E と点 G は対応する点です。

対応する点と対称軸には、どのような関係があるかな？



ゆりさん

点 E と点 G を結ぶと、対称軸と垂直に交わっているわ！

けんさん

線分 EG と対称軸が交わった点は、線分 EG の中点だ！

山本先生

そうだね。それらをまとめると、線対称な図形の対称軸は、対応する点を結ぶ線分の垂直二等分線だといえます。

山本先生

この四角形 $ABCD$ は等脚台形といい、対称軸は1本です。他にも対称軸が1本の線対称な図形はあるかな？

けんさん

二等辺三角形だ！

山本先生

そうだね。では2本の図形は？

ゆりさん

長方形やひし形があります。正三角形は3本です。

山本先生

正方形はどうか？

けんさん

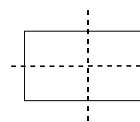
2本、いや4本あるぞ！ 対角線も対称軸だ。

山本先生

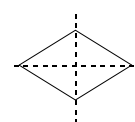
よく見つけたね。これらの図形は線対称な図形になります。



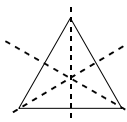
二等辺三角形



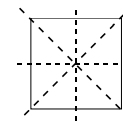
長方形



ひし形



正三角形



正方形

山本先生のワンポイントアドバイス

正五角形や正六角形、正八角形なども線対称な図形になります。 n の数が奇数と偶数とでは図の違いがありますが、正 n 角形の対称軸は n 本あることがわかります。調べてみましょう。

また、円は直径がすべて対称軸です。確かめてみよう。

【出題】本問は、平成19年度全国学力・学習状況調査 算数A4(1)を参考にしました。

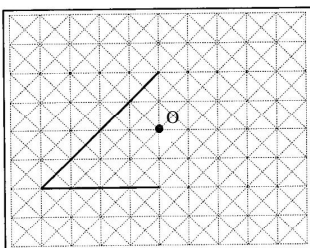
- ・学習指導要領の領域＝図形
- ・評価の観点＝数量・図形などについての知識・理解
- ・平均正答率＝全国(公立) 83.3%
- 奈良県(公立) 85.9%



山本先生

今日は、点対称な図形について考えましょう。

下の図は、点 O を対称の中心とする点対称な図形の一部です。この点対称な図形を、解答用紙の点線（-----）を利用して太線（——）で完成しなさい。



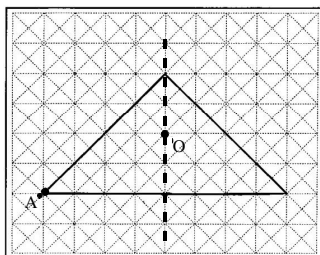
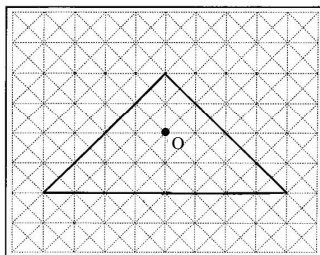
ゆうさん

対称だから右の図のように二等辺三角形をかけばいいんだ。



あやさん

対称な図形には、線対称と点対称があったわよ。



ゆうさん そうだった。図のような点 O を通る直線を折り目として折れば、その両側の図形がきちんと重なるから、これは線対称な図形だ。点対称な図形にもなるのかな。

山本先生 点対称な図形は、対称の中心である点 O を中心として 180° 回転したときに、もとの図形ときちんと重なる図形だったね。左下にある点を A とします。点 A を点 O を中心として 180° 回転した

点は、二等辺三角形の上にありますか。

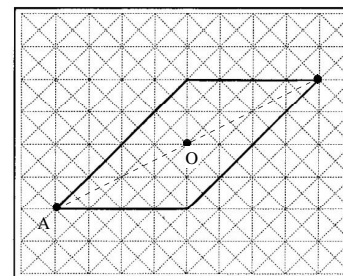
あやさん 点 A から右に4ます、上に2ますの位置に点 O があるから、点 O から右に4ます、上に2ますの位置が、点 A を 180° 回転した点だわ。

ゆうさん 二等辺三角形の上にはないね。

あやさん 点 A や2つの辺を、点 O を中心にして 180° 回転したら、下の図のようになるわよ。

ゆうさん そうか、元の図形は四角形だったんだ。

あやさん この四角形は平行四辺形だよ。



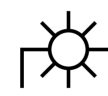
山本先生 そうですね。点対称な図形では、対応する2つの点を結ぶ線分は、対称の中心を通り、対象の中心によって2等分されるという性質があります。対角線がそれぞれの中点で交わるから、この四角形は平行四辺形です。

山本先生のワンポイントアドバイス

都道府県のマークや地図記号など、身のまわりには線対称、点対称な形がたくさんあります。調べてみましょう。



奈良県のマーク



発電所・変電所の地図記号

【出題】本問は、平成20年度全国学力・学習状況調査 数学A 4（1）を参考にしました。

- ・学習指導要領の領域＝図形
- ・評価の観点＝数学的な表現・処理
- ・平均正答率＝全国（公立） 57.7%
- 奈良県（公立） 62.7%

主な誤答例 線対称な図形をかいている。



山本先生

今日は、いろいろな立体について考えてみましょう。

(1) 次の図は、立方体の展開図です。この展開図を組み立ててできる立方体において、斜線をつけた面と平行になる面を、下のアからオまでのの中から1つ選びなさい。



ア 面⑤
イ 面⑥
ウ 面⑦
エ 面⑧
オ 面⑨



ゆうさん

頭の中で展開図を組み立てればいいんだ。

面と面が交わらないとき、2つの面は平行になるわね。



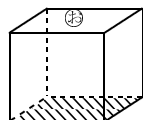
あやさん

ゆうさん 展開図を組み立てると右図の立方体になるよ。

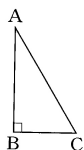
あやさん 立方体では、斜線をつけた面と面⑤は、向かい合っていて、交わらないわね。

ゆうさん 面と面が交わらないとき、2つの面は平行になります。

山本先生 斜線をつけた面と面⑤は平行になるから、答えはオです。正解です。立方体では、交わる2つの面は垂直になるので、斜線をつけた面と垂直になる面は面⑥、面⑦、面⑧、面⑨になります。次は、図形を1回転させてできる立体についての問題です。



(2) 右の図の直角三角形ABCを、直線ABを軸として1回転させて立体をつくります。このとき、できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



ゆうさん 三角形を1回転させて立体をつくるから、できる立体の面も三角形になるよ。だから答えはアかウです。

あやさん ちょっとまってよ、ゆうさん。たとえば辺BCを直線ABを軸として1回転させたら、図1のような円になるわよ。

図1

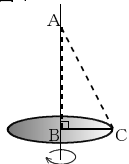
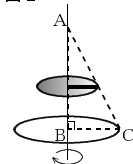


図2



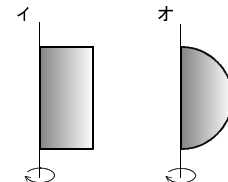
山本先生 平面図形を、直線の周りに1回転させたときにできる立体を「回転体」といい、直線ABを「回転の軸」といいます。

図2で、三角形ABC上にある直線ABに垂直な線分を1回転させると、円ができます。回転体を、回転の軸に垂直な平面で切ると、切り口は必ず円で囲まれた図形になります。

あやさん アやウは側面や底面が三角形や四角形だから、平面で切った切り口は円で囲まれた図形にならないわ。

ゆうさん あっそうか。図2のような円がたくさん積み重なってできる立体だから、答えはエです。

山本先生 そうですね。エの回転体は「円すい」といいます。イの回転体は長方形を1回転させてできる「円柱」、オの回転体は半円を1回転させてできる「球」といいます。

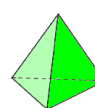


山本先生のワンポイントアドバイス

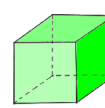
立方体や直方体のように、平面だけで囲まれた立体を多面体といいます。(1)で考えた立方体のように、多面体のうち次の2つの性質をもち、へこみのないものを正多面体といいます。

- ① どの面もすべて合同な正多角形である。
- ② どの頂点にも3つ以上の面が同じ数だけ集まっている。

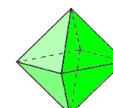
正多面体は、次の5種類があります。



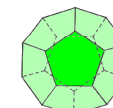
正四面体



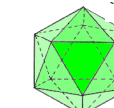
正六面体
(立方体)



正八面体



正十二面体



正二十面体

多面体について、次のことがわかります。「どの面も正方形である多面体は1種類しかない。」

(ア) 多面体の1つの頂点に3つ以上の面が集まらないうと、立体ができません。

(イ) 多面体の1つの頂点のまわりに3つの正方形が集まると、立方体ができます。

(ウ) 多面体の1つの頂点のまわりに4つ以上の正方形が集まると、1つの頂点のまわりの角度が360°以上になるので、立体ができません。

(エ)、(イ)、(ウ)から、「どの面も正方形である多面体は1種類しかない。」ことがわかります。

同じように考えれば、「どの面も正五角形である多面体は1種類しかない。」

「どの面も正n角形 (n ≥ 6) である多面体はない。」ことがわかります。



【出題】本問は、平成21年度全国学力・学習状況調査問題 数学A5 (1)、(2)を参考にしました。

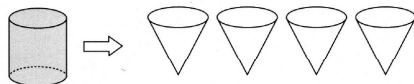
・学習指導要領の領域＝図形
・評価の観点＝数量、図形などについての知識・理解
・平均正答率＝全国(公立)(1) 95.4% (2) 87.2%
奈良県(公立)(1) 87.2% (2) 89.6%



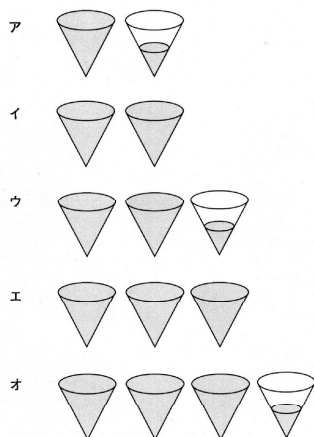
山本先生

今日は、底面が合同で高さが等しい円柱と円すいの関係について学習しましょう。

下の図は、円柱、円錐の形をした容器です。それぞれの容器の底面は合同な円で、高さは等しいことが分かっています。この円柱の容器いっぱいに入れた水を円錐の容器に移します。



このとき、下のアからオの中に、円柱の容器に入っていた水と同じ量の水を表している図があります。正しいものを 1 つ選びなさい。



ゆうさん

ぼくは、**イ**だと思う。
その理由は、円柱と円すいの底面は合同で高さが同じだから、円すいは円柱のちょうど半分だよ。

エじゃないかな？
見た目だけで判断したらいけないよ。

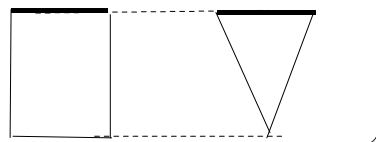


はるかさん

山本先生 では、はるかさんは、ゆうさんの言った**イ**の答はどうしてちがうと思うのですか？

はるかさん

ゆうさんは、底辺と高さがそれぞれ等しい平行四辺形と三角形の面積の関係と思ったらかじらないかな？

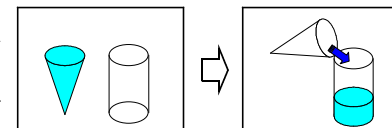


ゆうさん

そうか。この水を移すというのは、体積のことだから円すいは円柱の半分というのは、おかしいなあ。

山本先生 よく気付きましたね。それじゃ実際に実験をやってみましょう。

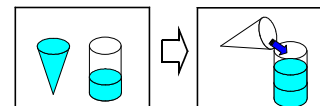
これは、問題と同じように底面が合同な円で高さが等しい円柱と円すいの容器です。円すいの容器 1 ばい分の水を円柱の容器に移すよ。



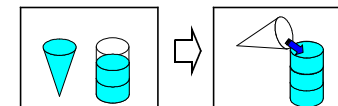
ゆうさん あら！円すいの容器 1 ばい分の水が円柱の半分にならないよ！！

山本先生 じゃあ、続けるよ。

2 ばい



3 ばい



はるかさん すごい！ちょうど円すいの容器 3 ばい分の水で円柱の容器がいっぱいになったよ！！

山本先生 どうですか。答はわかりましたか。

ゆうさん はい、先生。答は**エ**です。

山本先生 そうですね。底面が合同で高さが等しい円柱と円すいでは、円すいの体積は、円柱の体積の $\frac{1}{3}$ 倍です。

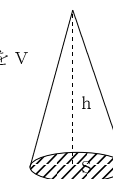
山本先生のワンポイントアドバイス

円すいの体積

円すいの底面積を S 、高さを h 、面積を V とすると

$$V = \frac{1}{3} S h$$

円柱の体積



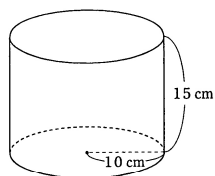
【出題】本問は、平成19年度全国学力・学習状況調査問題 数学 A 5 (4) を参考にしました。

- ・学習指導要領の領域＝図形
- ・評価の観点＝数量・図形などについての知識・理解
- ・平均正答率＝全国(公立)36.5% 奈良県(公立)39.2%
- 主な誤答例 イと解答しているもの36.7%
- アと解答しているもの13.8%



今日は、立体の体積について考えてみましょう。

底面の円の半径が10 cmで、高さが15 cmの円柱があります。この円柱の体積を求める式と答えを書きなさい。ただし、円周率は π とします。



ゆうさん

直方体の体積は「縦×横×高さ」だったね。

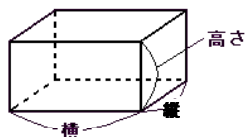
円柱は底面が円になっているわね。



あやさん

あやさん 「縦×横」は直方体の底面積を表しています。

ゆうさん すると、直方体の体積は「底面積×高さ」になります。



山本先生 そうですね。「縦×横」の部分が直方体を1辺の長さが1の立方体に分割したときの下の段の個数で、それを高さの数だけ積み重ねると考えました。「縦×横」が底面積でしたね。円柱も同じように計算できます。

あやさん 円柱の体積も「底面積×高さ」で計算できるのね。

ゆうさん わかったぞ！ 円の面積は「 $2 \times \text{半径} \times \pi$ 」で計算できるから、 $2 \times 10 \times \pi$ で 20π (cm²)

山本先生 角柱や円柱の底面積をS、高さをh、体積をVとすると、「 $V = S h$ 」といえます。

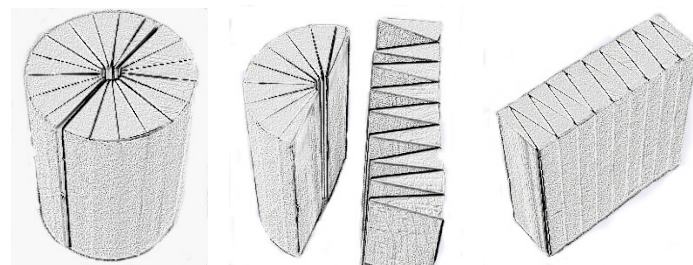
ゆうさん 底面積は円の面積だから「半径×半径×円周率」で、 $10 \times 10 \times \pi = 100\pi$ (cm²) ですね。

あやさん それに高さの15 (cm) をかけて、 $10 \times 10 \times \pi \times 15 = 1500\pi$ (cm³) が答えね。

山本先生 正解です。公式にすると、円柱の底面の半径をr、高さをh、体積をVとおくと「 $V = \pi r^2 h$ 」になりますね。 π は $\frac{\text{円周}}{\text{直径}}$ の値で、3. 1 4 1 5 9 2

6 5 3 5 8 9 7 9 3 2 3 8 4 6 2・・・と無限に続きます。円周率 π については興味深い話題がたくさんありますので、色々と調べてみるとおもしろいと思います。

ゆうさん 直方体は体積を求めるイメージが分かるけれど、円柱はどうも難しいです。
山本先生 下の図を見てください。円柱を左の図のように縦に細かく切って、真ん中の図のように広げ、右の図のように合わせると、どんな立体に近づきますか？



ゆうさん あ！直方体だ。

あやさん その底面の長方形は縦がr、横が円周の半分だから $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$ 、高さがhだから $r \times \pi r \times h = \pi r^2 h$ と先ほどの式になるわ。

山本先生 円すいや角すいなどのすい体の体積は、同じ底面積、同じ高さの柱体の体積の $\frac{1}{3}$ になることが分かっています。これは水などを使って実験で確かめればいいと思います

【出題】本問は、平成22年度全国学力・学習状況調査 数学A5 (4) を参考にしました。

・学習指導要領の領域＝図形

・評価の観点＝数学的な表現・処理

・平均正答率＝全国(公立) 39.9%

奈良県(公立) 41.7%



山本先生

今日は、立体の見取図と展開図について考えましょう。

次の図1は円柱の見取図で、図2はその展開図です。図2で、円Oの周の長さと長方形ABCDの辺BCの長さには、どのような関係がありますか。下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

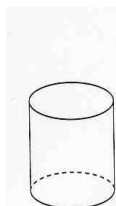
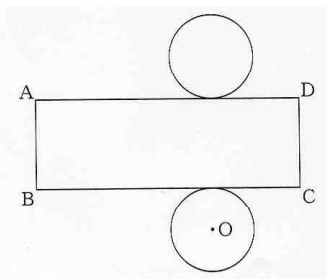


図2



- ア 円Oの周の長さは、辺BCの長さと等しい。
- イ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの $\frac{1}{2}$ 倍である。
- ウ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの2倍である。
- エ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの約 $\frac{1}{3}$ 倍である。
- オ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの約3倍である。



けんさん

円Oの周は曲線だし、辺BCは直線だから長さを比べることができないよ。

はるさん

円Oの周の長さも直径が分かれば求めることができます。(円Oの周の長さ) = (直径) × (円周率) ですが、この図には円Oの直径も書いてないわ。

曲線にも長さはあるね。直線と長さを比べることはできるよ。

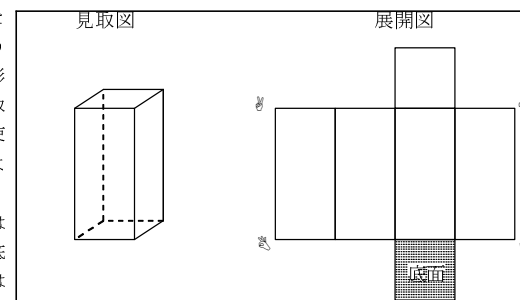


はるさん

けんさん 円Oの周の長さは辺BCの半分ぐらいだから、答えはイじゃないかな。

はるさん うーん、そうかな。

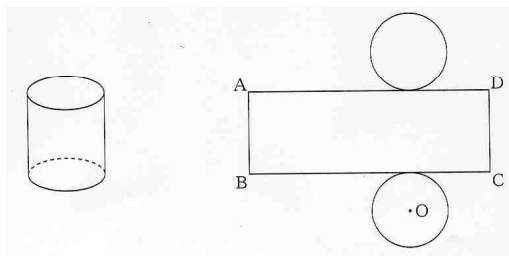
山本先生 それじゃ、たとえば、右のような底面が正方形の直方体の見取図と展開図を使って考えてみよう。



けんさん 展開図の底面は正方形だから底面の周の長さは底面の1辺の長さの4倍です。

はるさん また、長方形ABCDの辺BCの長さも底面の1辺の長さの4倍です。底面の周の長さと辺BCの長さは等しいですね。それに、見取図では、重なって同じ線で表されることになりますね。円柱では、どうかしら？

右の図のように円柱の側面は母線ABで切って開くと長方形になります。



あっそうか！円Oの周と展開図の辺BCは、見取図では同じ線で表されることになるので長さが等しいんだ。



けんさん 円Oの周の長さは、辺BCの長さと等しくなるね。だから答えはアです。

山本先生 そうですね。見取図と展開図を関連付けて考えることや底面と側面の対応する辺についてしっかりとらえることが大切ですね。

【出題】本問は、平成21年度全国学力・学習状況調査数学A5（3）を参考にしました。

- ・学習指導要領の領域＝図形
- ・評価の観点＝数量、図形などについての知識・理解
- ・平均正答率＝全国（公立）82.6%

奈良県（公立）85.1%

主な誤答例 イと解答している 7.8%